

Всероссийская олимпиада школьников по математике
Школьный этап
11 класс

№1

Сколько слагаемых должно содержаться под корнем

$$\sqrt[3]{6^3 + 6^3 + \dots + 6^3} = 6^2 + 6^2,$$

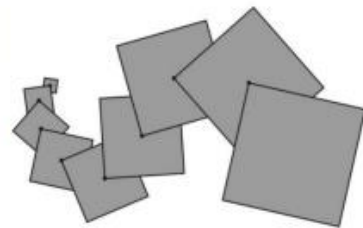
чтобы выполнялось равенство?

№2

Найдите количество четырехзначных чисел, составленных из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 (каждая цифра используется не более одного раза), которые делятся на 15.

№3

3) На доске нарисованы квадраты со сторонами 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9 см по порядку так, чтобы вершина каждого следующего квадрата совпала с центром предыдущего (см. рисунок). Какова площадь доски, покрытая квадратами?



№4

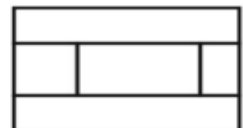
Вася, Дима, Коля и Саша составляли расписание смен охраны сундука с золотом на 21 день. В первый и последний дни охранять должен Вася, а в остальные – кто-то один из них четверых. Известно, что Вася не является другом Саши, а Дима не является другом Коли. Все остальные дружат друг с другом. Сколько существует способов составить расписание смен, если в соседние дни могут дежурить только друзья, и один человек не может дежурить два дня подряд?

№5

Автобус выехал со скоростью 40 км/ч из филиала I Сибирского федерального университета в филиал II, находящийся на расстоянии 240 км от филиала I. Одновременно с ним из филиала II в филиал I выехал автомобиль со скоростью x км/ч. Через 30 минут после встречи с автобусом автомобиль, не доезжая до филиала I, повернул обратно и с той же скоростью поехал в филиал II. Найдите количество целых значений x , при которых автомобиль приедет в филиал II раньше автобуса.

№6

6) Прямоугольник поделен на 5 частей так, как показано на рисунке. Каждую из частей можно раскрасить одним из четырёх цветов: красным, жёлтым, синим или оранжевым. Сколькими способами можно раскрасить эти части, если известно, что никакие две граничащие части не должны быть покрашены в одинаковый цвет? (Все четыре цвета использовать необязательно.)



№7

Пусть x_1 и x_2 – корни квадратного уравнения $x^2 - (2m+1)x - 2,5m^2 - m = 2$. Какое минимальное значение может принимать $x_1^2 + x_2^2$?

№8

Найдите наибольшее натуральное число, в котором все цифры различны и каждые две соседние отличаются на 6 или 7.

Ответы:

1. 1728
2. 36
3. 234
4. 524288
5. 63
6. 72
7. 4
8. 60718293

Критерии оценивания:

Каждое задание оценивается в 3 балла:

1 балл – верный ответ, но нет обоснованного решения,

2 балла – верный ход решения, но допущена вычислительная ошибка,

3 балла – записано верное решение и получен верный ответ.

Максимальное количество баллов – 24.