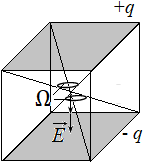
1. КЛАСС
2. По двум противоположным граням диэлектрического кубика равномерно распределили заряды *q* и – *q* соответственно. Определите напряжённость электрического поля *Е* в центре симметрии кубика. Длина ребра кубика равна *a*. Диэлектрическая проницаемость кубика ε ≈ 1.

Решение:

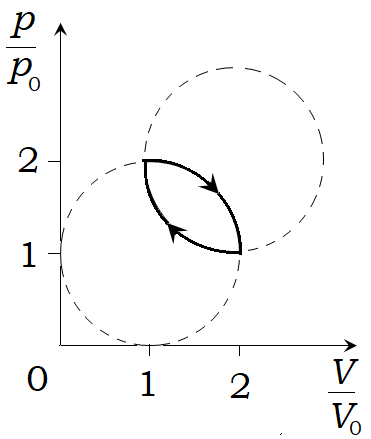
Используем теорему о телесном угле: перпендикулярная составляющая напряжённости электрического поля, создаваемого однородно заряженной плоской площадкой, пропорциональна телесному углу, под которым видна эта площадка видна из точки, в которой мы измеряем поле.

Из симметрии ясно, что любая грань куба из его центра видна под углом

Согласно принципу суперпозиции напряжённость поля складывается из одинаковых напряжённостей, создаваемых положительными и отрицательными зарядами.

Ответ:

|  |  |
| --- | --- |
| Использование теоремы о телесном угле | +2 балла |
| Расчёт телесного угла грани из центра куба. | +3 балла |
| Принцип суперпозиции полей. | +2 балла |
| Расчёт напряжённости | +3 балла |

1. Рабочим телом теплового двигателя является идеальный газ. Он работает по циклу, изображённому на рисунке в координатах (*р*/*р*0, *V*/*V*0), где *p* – давление газа, *V* – объём газа, а *p*0 и *V*0 – известные величины. График состоит из двух дуг окружностей радиусами 1 каждая, центры которых находятся в точках с координатами (1, 1) и (2,2). Определите:
2. работу *А*, которую совершает двигатель за цикл.
3. КПД двигателя, работающего по идеальному циклу (состоящему из двух изотерм и двух адиабат) η, если максимальная и минимальная температуры в идеальном цикле равны соответственно максимальной и минимальной температурам в данном цикле.

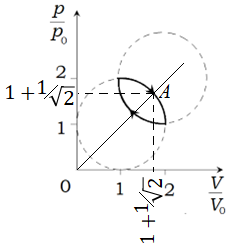
Решение:

Работа тела, совершающего круговой процесс (цикл) равна площади фигуры, ограниченной графиком зависимости *p*(*V*). Причём не натуральной (измеренной по картинке) площади, а площади с учётом масштаба осей.

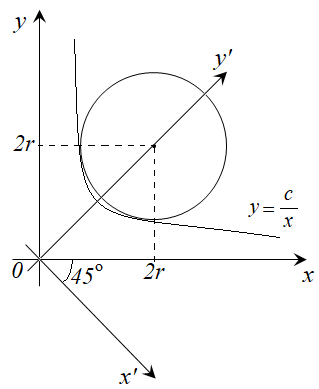
В нашей задаче одно деление оси абсцисс составляет *V*0, а одно деление оси ординат составляет *p*0. Поэтому следует, вычислив площадь в квадратных делениях, умножить её затем на *p*0*V*0.

Фигура, ограниченная циклом, состоит из двух круговых сегментов. Площадь одного сегмента можно вычислить как разность площадей четверти круга и равнобедренного прямоугольного треугольника, составленного из радиусов

Тогда работа двигателя за цикл будет равна

Согласно теореме Карно, КПД двигателя, работающего по идеальному циклу, равно

По уравнению состояния идеального газа, его температура пропорциональна произведению давления и объёма. Максимальная температура соответствует состоянию, изображаемому точкой *А* цикла (см. рис.), наиболее удалённой от начала координат. Для неё

Было бы ошибочно сразу полагать, что состояние, соответствующее минимальной температуре, соответствует самой близкой к началу координат точке. При смещении вдоль окружности давление и температура изменяются разнонаправленно. При этом может увеличиваться произведение этих величин. На рисунке представлен пример возникновения подобной ситуации: самая близкая к началу координат изотерма касается окружности в двух точках.

Из-за симметрии графиков, математический анализ удобнее проводить, повернув оси координат на 450 по часовой стрелке. Тогда старые координаты выразятся через новые по формулам:

Уравнения наших окружности и гиперболы в новых координатах:

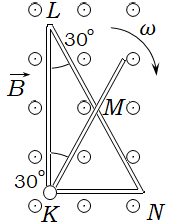
Получившееся квадратное уравнение имеет решение, когда графики имеют общие точки

Единственное решение уравнения соответствует минимальному, а, значит, минимальной температуре. Таким образом, минимальная температура соответствует точке ближайшей к началу координат.

Итак,

Ответ: ,

|  |  |
| --- | --- |
| Утверждение о том, что работа за цикл равна площади **в масштабе** | +1 балл |
| Расчёт площади, ограниченной циклом | +3 балла |
| Теорема Карно | +1 балл |
| Расчёт максимальной температуры | +1 балл |
| Доказательство (любое), что точка с минимальной температурой лежит на биссектрисе координатного угла. | +2 балла |
| Расчёт минимальной температуры | +1 балл |
| Расчёт КПД | +1 балл |

1. Из проводящих цилиндрических стержней одинакового поперечного сечения составлен прямоугольный треугольник *KLN* с острым углом 300. Еще один проводящий стержень *KM* такого же сечения скользит по стержню *LN*, поворачиваясь с постоянной угловой скоростью ω вокруг шарнира *K*. Система находится в однородном магнитном поле индукцией *B*, силовые линии которого перпендикулярны плоскости треугольника. Определите силу тока *I*, протекающего через подвижный стержень *MK* в момент, когда он составляет угол 300 со стержнем *LK*. Все стержни изготовлены из одинакового материала. Электрическое сопротивление стержня *KN* равно *R*. Длина стержня *KN* равна *L*.

Решение:

При вращении стержня меняются площади контуров *KLM* и *KNM*, и в них появляются ЭДС индукции величиной:

По правилу Ленца направление по часовой стрелке, а —против часовой стрелки.

Пусть по перемычке *KLM* протекает ток силой *I*1 по часовой стрелке, а по перемычке *KNM* – ток силой *I*2. Тогда, согласно I правилу Кирхгофа, по стержню *MK* будет протекать ток силой

Запишем II правило Кирхгофа для контуров *KLM* и *KNM*:

Разделим обе части первого уравнения на , а второго на . Затем сложим уравнения, выразив :

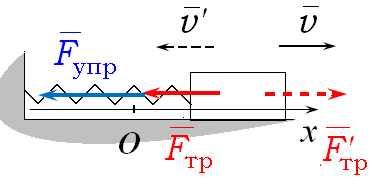
Электрическое сопротивление стержней пропорционально их длине, поэтому

Подставим в предыдущее уравнение

Ответ:

|  |  |
| --- | --- |
| Вычисление ЭДС в первом контуре | +2 балла |
| Вычисление ЭДС во втором контуре | +2 балла |
| I правило Кирхгофа | +1 балл |
| II правило Кирхгофа для первого контура | +1 балл |
| II правило Кирхгофа для второго контура | +1 балл |
| Решение системы уравнений | +1 балл |
| Использование формулы сопротивления цилиндрического проводника | +1 балл |
| Верный ответ | +1 балл |

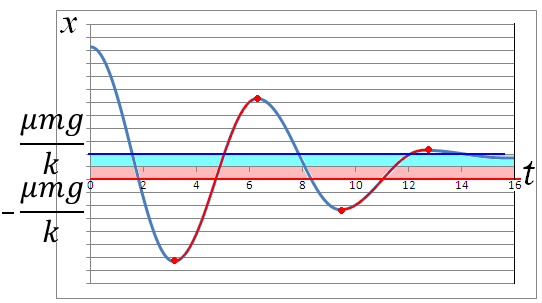
1. Брусок массы *m* = 600 г лежит на горизонтальном столе и прикреплён к вертикальной неподвижной стенке упругой невесомой пружиной жёсткостью *k* = 80 Н/м. Недеформированная длина пружины равна *l*0 = 20 см. Брусок отвели от стенки по горизонтали, деформировав пружину на Δ*l* = 10 см, и отпустили без толчка. На каком расстоянии *L* от стенки остановится брусок, если коэффициент трения скольжения бруска по столу равен μ = 0,3?

Решение:

Движение бруска по горизонтали происходит под действием двух сил: упругости и трения (см.рис.)

Проекция силы трения на ось *Ox* зависит от направления движения

Приведём к уравнениям гармонических осцилляторов:

Решения этих уравнений:

Это обычные косинусоиды, сдвинутые по оси ординат. При движении бруска вправо косинусоида сдвинута в отрицательную сторону, при движении влево – в положительную (см. рис.).

При остановке бруска, сопровождающейся деформацией пружины , брусок более не придёт в движение.

Итак, при каждой остановке, расстояние до точки равновесия уменьшается на 2,2 см. Запишем отклонения от точки равновесия:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Номер колебания | Отклонение вправо | Отклонение влево |
| 1 | 10 см | 7,8 см |
| 2 | 5,6 см | 3,4 см |
| 3 | 1,2 см | - |

Расстояние от стенки:

Ответ:

|  |  |
| --- | --- |
| Зависимость проекции силы трения от направления движения | +1 балл |
| II закон Ньютона в проекциях | +1 балл |
| Формула силы трения скольжения | +1 балл |
| Приведение к виду уравнения гармонического осциллятора | +2 балл |
| Анализ решений (сдвиг синусоиды) | +2 балла |
| Расчёт окончательного сдвига относительно положения равновесия | +2 балла |
| Верный ответ | +1 балл |

1. На цилиндрический постоянный магнит длиной *l* и радиусом *r << l* в однородном магнитном поле индукцией *B* может действовать максимальный момент сил *M*. Ток какой силы *I*, нужно пустить через цилиндрическую катушку тех же размеров, что и магнит, состоящую из *N* >> 1 витков тонкого провода, чтобы на неё в таком же магнитном поле мог действовать такой же магнитный момент? Каким бы был максимальный момент *M\**, действующий на магнит, если бы его радиус и длина были больше в *n* = 3 раза?

Решение:

Максимальный момент действует на виток, если вектор магнитной индукции лежит в плоскости витков.

Механический момент, действующий на один виток

Механический момент, действующий на N витков соленоида

Поскольку провод тонкий, катушку можно промоделировать соленоидом

Магнитные свойства тел возникает из-за обтекания тела молекулярными токами (гипотеза Ампера).

Можно представить постоянный магнит катушкой из большого числа витков с током

Поскольку атомы остаются теми же, сила тока не меняется.

При увеличении радиуса в *n* раз, площадь витков увеличивается в *n*2 раз.

При увеличении длины цилиндра в *n* раз, число «витков» увеличивается также в *n* раз.

Таким образом, момент сил увеличивается в *n*3 = 27 раз. *M\** = 27*M*.

Ответ: *M\** = 27*M*

|  |  |
| --- | --- |
| Указано направление В для максимального момента | +1 балл |
| Формула для момента, действующего на виток с током | +1 балл |
| Формула для момента, действующего на соленоил с током | +1 балл |
| Моделирование катушки соленоидом с обоснованием | +1 балл |
| Гипотеза Ампера | +1 балл |
| Представление постоянного магнита катушкой из большого числа витков с током | +1 балл |
| Сила тока не изменяется (с обоснованием) | +1 балл |
| Изменение площади витков в *n*2 раз | +1 балл |
| Изменение числа витков в *n* раз. | +1 балл |
| Механический момент *М*\* | +1 балл |